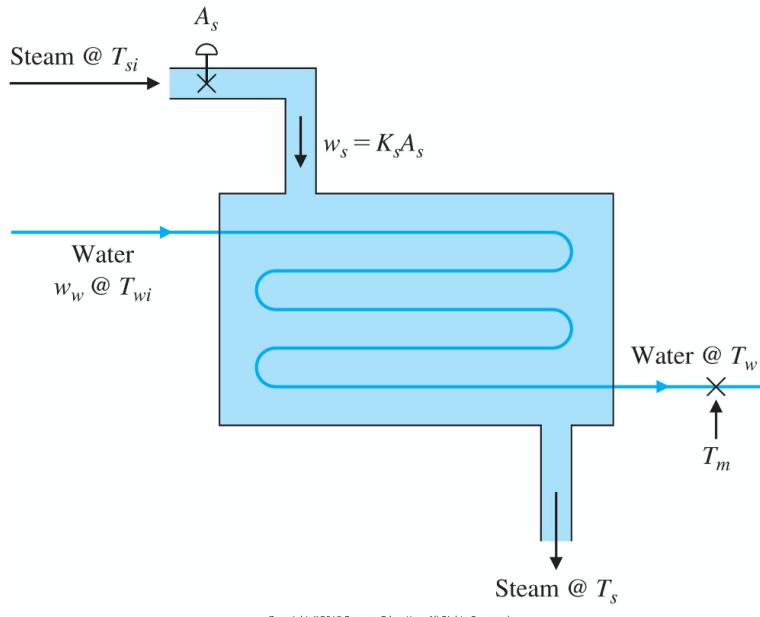


(Question 1: sign of q_{out}) (Example 2.18, Modeling a Heat Exchanger)



Copyright ©2015 Pearson Education, All Rights Reserved

- The steam in the chamber has two heat flows such as (1) heat flow into chamber from the inlet steam +, (2) heat flow from steam to water -

$$q_s - q_{sw} = C_s \dot{T}_s \quad \rightarrow \quad w_s c_{vs} (T_{si} - T_s) - \frac{T_s - T_w}{R} = C_s \dot{T}_s$$

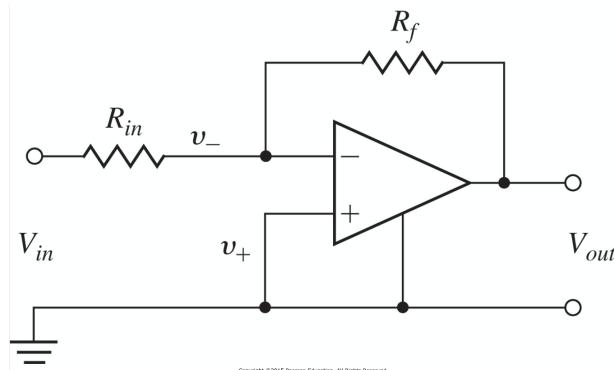
- The water in the chamber has two heat flows such as (1) heat flow into chamber from the inlet water +, (2) heat flow from water to steam -

$$q_w - q_{ws} = C_w \dot{T}_w \quad \rightarrow \quad w_w c_{vw} (T_{wi} - T_w) - \frac{T_w - T_s}{R} = C_w \dot{T}_w$$

(Question 2: Problem 2.13 related to realistic model of Op-Amp) Assume

$$V_{out} = \frac{10^7}{s+1} [v_+ - v_-]$$

$$i_+ = i_- = 0$$



- (Ideal Model) we use $v_+ = v_-$ and $i_+ = i_- = 0$
- (Realistic Model), at the node v_- , by KCL, we have since $v_+ = 0$ and $i_- = 0$,

$$\begin{aligned} \frac{v_- - V_{in}}{R_{in}} + \frac{v_- - V_{out}}{R_f} + i_- &= 0 \quad \rightarrow \quad V_{out} = \frac{R_{in} + R_f}{R_{in}} v_- - \frac{R_f}{R_{in}} V_{in} = -\frac{R_{in} + R_f}{R_{in}} \frac{s+1}{10^7} V_{out} - \frac{R_f}{R_{in}} V_{in} \\ \left[1 + \frac{R_{in} + R_f}{R_{in}} \frac{s+1}{10^7} \right] V_{out} &= -\frac{R_f}{R_{in}} V_{in} \quad \rightarrow \quad \therefore \quad V_{out} = \frac{-10^7 R_f}{(R_f + R_{in})s + (R_f + (10^7 + 1)R_{in})} V_{in} \end{aligned}$$

- Since 10^7 is too large, we can have the approximate model as follow:

$$V_{out} \approx - \left(\frac{R_f}{R_{in}} \right) V_{in}$$

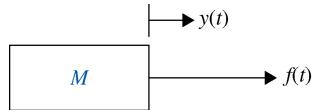
5 기타: 알아야 할 내용

1. 기계시스템의 모델링

a) 병진운동 (Translational Motion)

- 병진운동은 가속도 acceleration a , 속도 velocity v , 그리고 변위 displacement y 로 기술된다.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$



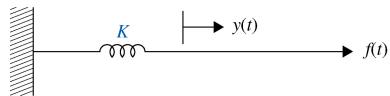
- 뉴유톤 제2법칙 (Newton's 2nd law): 강체에 작용하는 힘의 합은 물체의 질량과 동일 방향의 가속도의 곱과 같다.

(sum of external forces)

$$\sum_i f_i = Ma \quad (\text{inertial force})$$

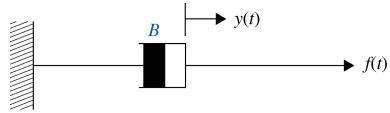
- 병진운동과 관련된 시스템 요소

- 질량: 병진운동의 운동에너지를 저장하는 요소, 전기회로의 인덕턴스와 유사
- 선형스프링 (Linear spring): 위치 에너지를 저장하는 요소



$$f(t) = Ky(t)$$

- 마찰력 (Frictional forces): 두 접촉평면 사이에 작용하는 비선형적인 힘. 그 평면의 조성, 평면 사이의 압력, 그들의 상대속도 등에 따라 다르게 나타난다.



i. 점성마찰(viscous friction): 가해진 힘과 속도 사이에 선형관계를 가지는 자연력

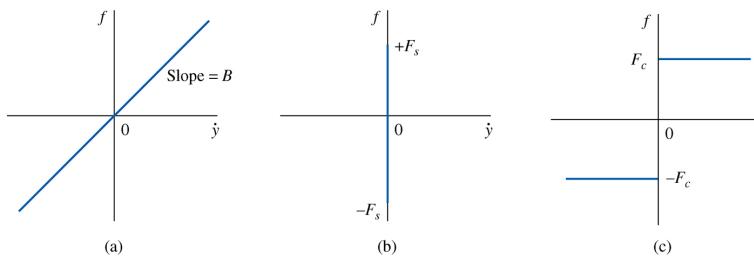
$$f(t) = B \frac{dy(t)}{dt}$$

ii. 정지마찰(static friction): 움직이기 시작할 때 막으려는 자연력

$$f(t) = \pm(F_s)|_{\dot{y}=0}$$

iii. 쿨롱마찰(Coulomb friction): 속도의 변화에 대해서 일정진폭을 가지며 마찰력의 부호가 속도방향의 반대로 되는 자연력

$$f(t) = F_c \frac{\frac{dy(t)}{dt}}{\left| \frac{dy(t)}{dt} \right|}$$



b) 회전운동 (Rotational Motion)

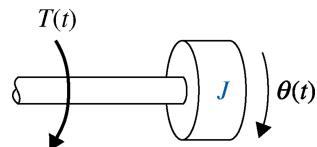
- 회전운동은 고정축에 대한 운동으로 정의
- 오일러 운동방정식 (Euler's equations of motion): 고정축에 대한 모멘트나 토크의 합이 그 축에 대한 관성과 각가속도의 곱과 같다

$$(\text{sum of external torques}) \quad \sum_i T_i = J\alpha \quad (\text{inertial torque})$$

where J is an inertia, $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$, α : angular acceleration, ω : angular velocity, θ : angular displacement

- 회전운동에 포함되는 요소
 - 관성(Inertia): 회전운동의 운동에너지를 저장하는 요소. 예를 들어, 원형 디스크의 관성은 다음과 같다. (r 디스크 반지름)

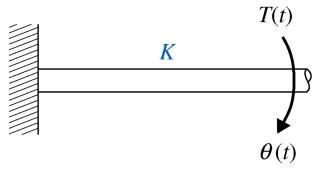
$$J = \frac{1}{2}Mr^2$$



- 비틀림 스프링(Torsional spring): 단위 각변위당 토크가 비틀림 스프링 상수. 컴플라이언스를 의미

$$T(t) = K\theta(t)$$

- 마찰 (Frictional torques)



i. 점성마찰(viscous friction)

$$T(t) = B \frac{d\theta(t)}{dt}$$

ii. 정지마찰(static friction)

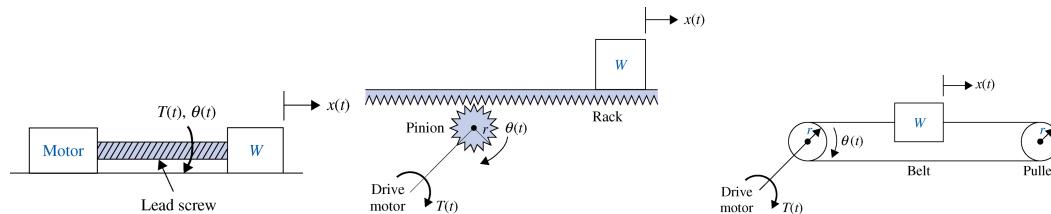
$$T(t) = \pm(F_s)|_{\dot{\theta}=0}$$

iii. 쿨롱마찰(Coulomb friction)

$$T(t) = F_c \frac{\frac{d\theta(t)}{dt}}{\left| \frac{d\theta(t)}{dt} \right|}$$

c) 병진운동과 회전운동 사이의 변환

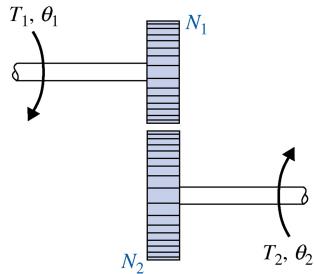
- For lead screw, rack and pinion, and belt and pulley



- 리드스크류의 경우, 리드(Lead)는 스크류 1회전당 병진운동하는 거리
- 랙/피니언 및 벨트/벨트의 경우, 피니언 및 풀리 1회전당 병진거리는 $2\pi r$ 이다.

d) 치차열 (Gear Trains)

- 치차의 관성을 무시한다면,



- i. 치차표면 위에 있는 치의 수는 그 치차의 반지름 r_1 and r_2 에 비례

$$r_1 N_2 = r_2 N_1$$

- ii. 각 치차의 둘레에 따라 이동한 거리는 동일

$$\theta_1 r_1 = \theta_2 r_2$$

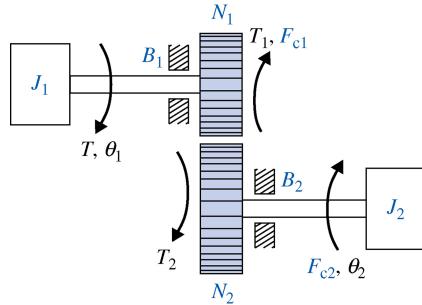
- iii. 손실이 없다고 가정하면, 한 치차가 한 일은 다른 치차가 한 일과 동일

$$T_1 \theta_1 = T_2 \theta_2$$

- iv. 정리하면

$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

- 치차의 관성 및 마찰을 무시하지 않으면,



$$T_2 = J_2 \ddot{\theta}_2 + B_2 \dot{\theta}_2 + F_{c2} \frac{\omega_2}{|\omega_2|}$$

$$T = J_1 \ddot{\theta}_1 + B_1 \dot{\theta}_1 + F_{c1} \frac{\omega_1}{|\omega_1|} + T_1$$

i. 치차 사이의 기구학적 관계를 이용하면,

$$T_1 = \frac{N_1}{N_2} T_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 J_2 \ddot{\theta}_1 + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 B_2 \dot{\theta}_1 + \left(\frac{N_1}{N_2} \right) F_{c2} \frac{\omega_2}{|\omega_2|}$$

ii. 등가적으로 θ_1 을 이용하여 표현하면,

$$T = J_{1e} \ddot{\theta}_1 + B_{1e} \dot{\theta}_1 + T_{1F}$$

where

$$J_{1e} = J_1 + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 J_2 \quad B_{1e} = B_1 + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 B_2 \quad T_{1F} = F_{c1} \frac{\omega_1}{|\omega_1|} + \left(\frac{N_1}{N_2} \right) F_{c2} \frac{\omega_2}{|\omega_2|}$$

iii. 다른 한편으로, θ_2 을 이용하여 표현하면

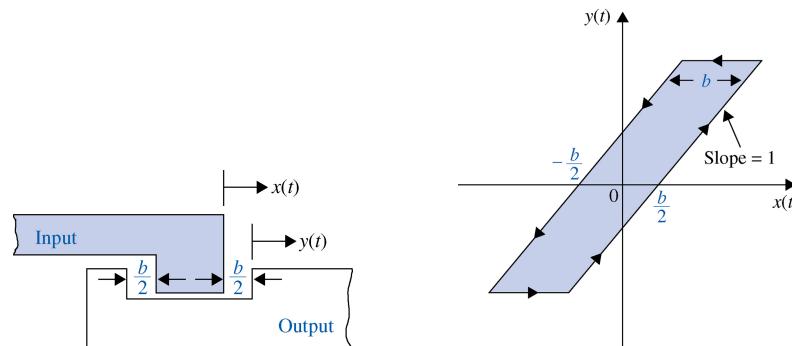
$$T = J_{2e}\ddot{\theta}_2 + B_{2e}\dot{\theta}_2 + T_{2F}$$

where

$$J_{2e} = J_2 + \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 J_1 \quad B_{2e} = B_2 + \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 B_1 \quad T_{2F} = F_{c2} \frac{\omega_2}{|\omega_2|} + \left(\frac{N_2}{N_1}\right) F_{c1} \frac{\omega_1}{|\omega_1|}$$

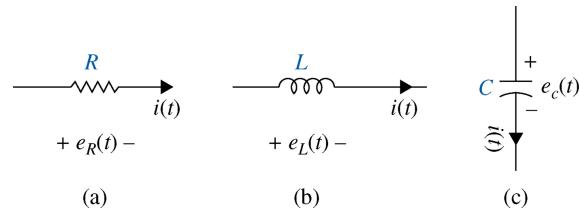
e) 백래쉬(Backlash) and 데드존(Dead Zone)

- 결합이 완전하지 않을 때 주로 나타난다.



- 백래쉬는 원하지 않는 부정확성, 진동, 불안정성을 가져오기도 한다.
- 백래쉬의 크기는 $\frac{b}{2}$ 이고, 이때 출력단에 움직임이 없기 데드존 (dead zone)이라고도 부른다.

2. 간단한 전기회로망에 대한 모델링



a) 수동 전기소자의 모델링 (Modeling of Passive Electrical Elements): 저항(Resistor), 인덕터(Inductor), 커패시터(Capacitor)

$$e_R(t) = Ri(t)$$

$$e_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

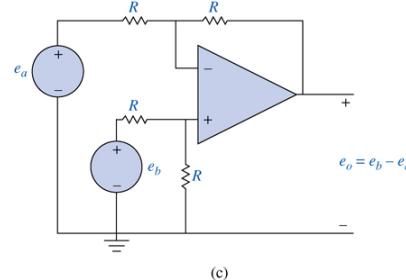
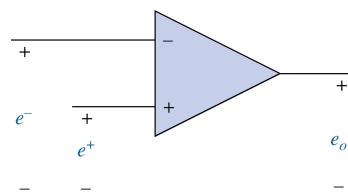
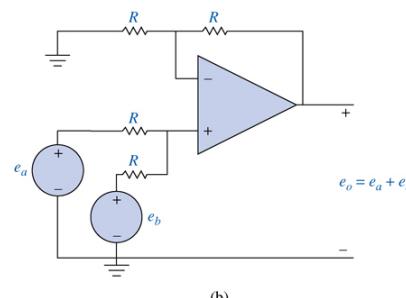
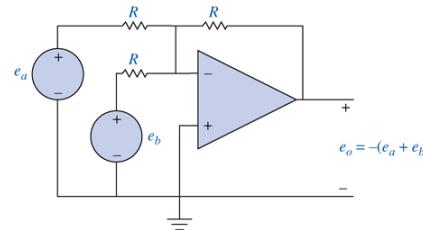
$$e_c(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

b) 전기회로망의 모델링

- 전류법칙(Kirchhoff's current law, or node method): 어느 노드에 들어오는 전류의 합은 영
- 접압법칙(Kirchhoff's voltage law, or loop method): 어느 폐루프를 따라 모든 전압강하의 합은 영

3. 능동 전기소자의 모델링

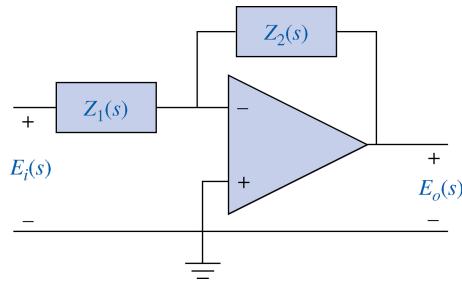
- a) OP앰프는 연속시간 시스템을 구현할 때 사용된다. 즉 아날로그 제어기를 구현할 때 사용될 수 있다.
- b) 이상적 OP-앰프 (Ideal OP-Amp), 가산기와 감산기 (Sums and Differences)



- +단자와 -단자 사이의 전압차는 0이다. $e^+ = e^-$.
- +단자와 -단자로 입력되는 전류는 0이다. 즉 입력 임피던스는 무한대이다.
- 출력단자에서 보는 임피던스는 0이다. 즉 출력은 이상적인 전압원(voltage source)이다.
- 입력-출력 관계는 $e_o = A(e^+ - e^-)$ 이다. 이득 A 는 거의 무한대이다.

c) 1차 OP-앰프회로 (1st-order OP-Amp Configurations)

- 가산기 및 감산기 외에도 op-앰프는 다양한 전달함수를 구현할 수 있다. 다음의 반전 증폭기를 고려해 보자



$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = -\frac{Y_1(s)}{Y_2(s)}$$

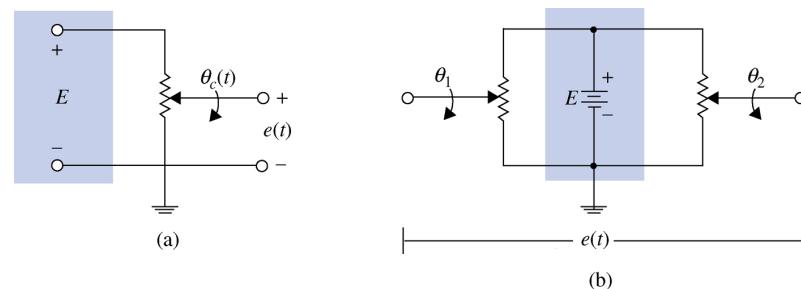
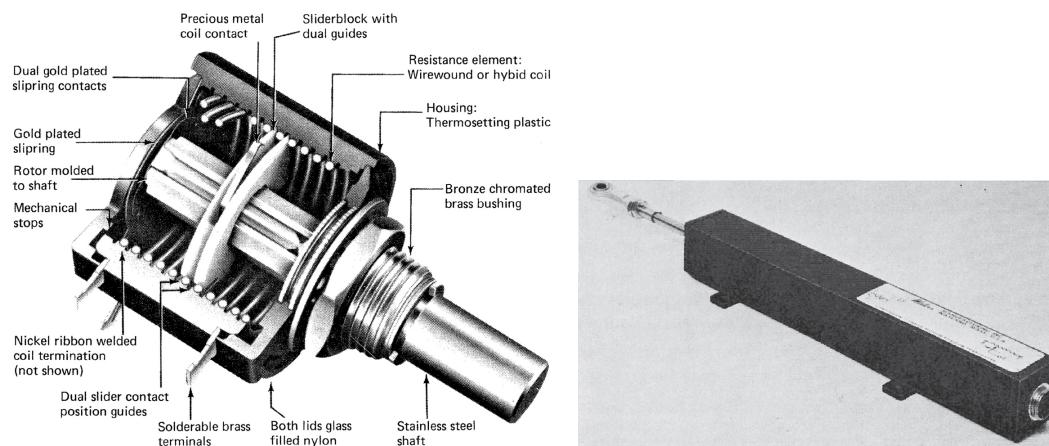
where $Y_1(s) = \frac{1}{Z_1(s)}$ and $Y_2(s) = \frac{1}{Z_2(s)}$ are “admittance” associated with the circuit impedances

- 임피던스는 주로 저항 및 캐패시터로 구현된다. 인덕터는 부피가 커지고 가격이 비싸다.

4. 제어시스템의 감지기와 부호기

a) 전위차계(Potentiometers)

- 기계적 에너지를 전기적 에너지로 변환하는 전기기계적 변환기
- 회전형과 선형 전위차계 (Rotary and Linear potentiometers)



- N-턴 전위차계에서는 출력전압이 회전축의 변위에 비례

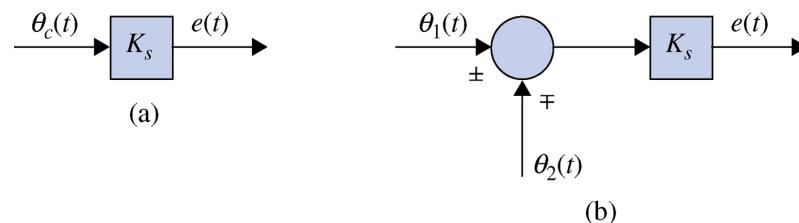
$$e(t) = K_s \theta_c(t)$$

전체 회전변위는 $2\pi N$ 라디안이고 비례상수는 다음과 같다.

$$K_s = \frac{E}{2\pi N} \quad [V/rad]$$

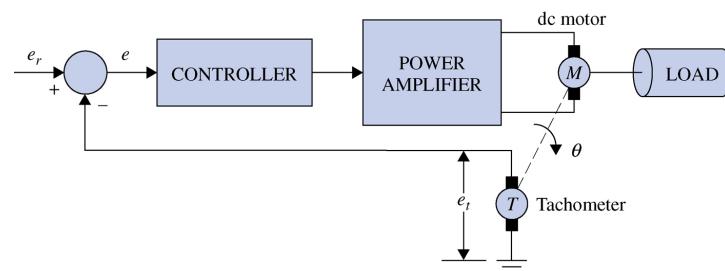
- 출력전압이 두 전위차계의 가변단자에서 취하는 경우도 있음.

$$e(t) = K_s[\theta_1(t) - \theta_2(t)]$$

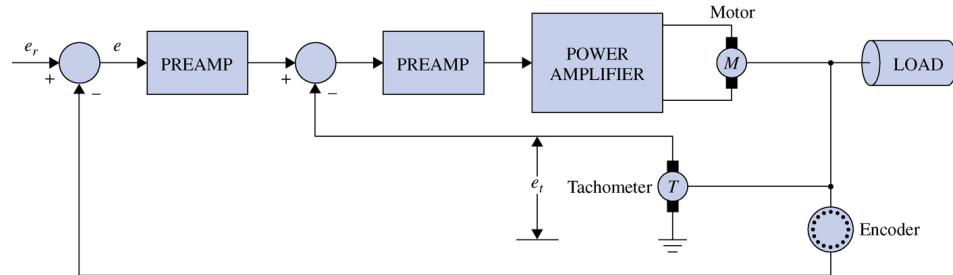


b) 회전속도계(Tachometers)

- 회전속도에 비례하는 출력전압을 생산



- 위치제어시스템에 있어서, 댐핑효과를 인가하기 위하여 사용하기도 함.



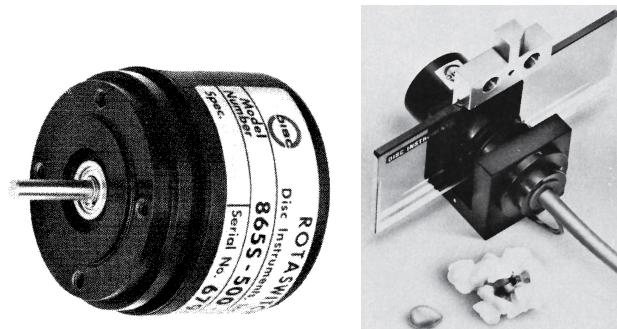
- 회전속도계 모델링 (The dynamics of tachometer)

$$e_t(t) = K_t \frac{d\theta(t)}{dt} = K_t \omega(t)$$

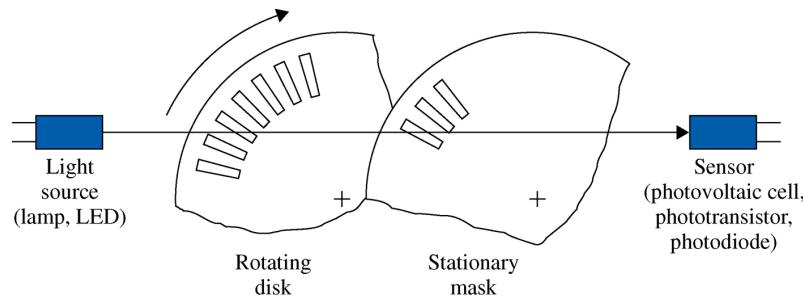
여기서 K_t 는 회전속도계상수 (tachometer constant) [volt/(rad/s)]

c) 증분부호기, 인크리멘탈 엔코더 (Incremental Encoder)

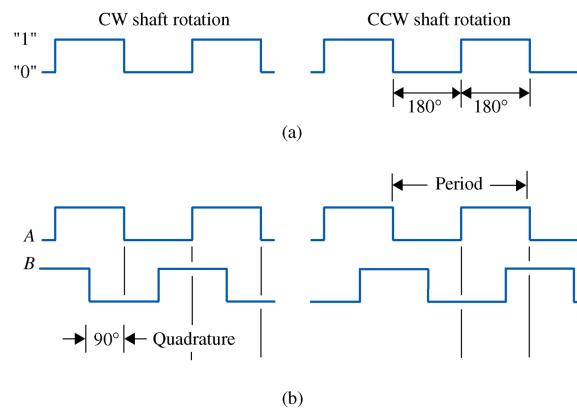
- 직선 또는 회전변위를 디지털 부호 혹은 펄스신호로 변환하는 장치



- 절단부호기(absolute encoders)는 위치에 따른 디지털 신호를 생산
- 증분부호기 (Incremental encoders)는 증가량을 만큼의 펄스 신호를 생산
 - 전형적인 회전형 증분 부호기(rotary incremental encoder)는 4가지 구성요소
 - 정지원판(stationary mask)은 광원과 마스크 뒤에 위치한 광센서 사이에서 회전원판의 회전에 따라 빛을 통과시키거나 차단하는 데 사용.



- ii. 센서에서 감지되는 광량의 파형은 삼각파이거나 정현파 형상이다.
- iii. 이중채널부호기는 회전방향 감지할 수 있음. 또한 두 출력 펄스열의 위상이 전기적으로 90도 벨어져 있다. 이를 통해 다음과 같은 펄스열을 얻을 수 있다. $AB = 11-10-00-01$ or $11-01-00-10$



5. 제어시스템에서의 dc 모터

a) dc모터의 동작 원리 (Basic Operational Principles of DC Motors)

- dc 모터는 전기 에너지를 기계 에너지로 변화하는 토크 변환기
- 모터 회전축에서 생성되는 토크는 자석에 의한 자속의 크기과 자속에 걸쳐 있는 전류의 세기에 비례한다.

$$T_m = K_m \phi i_a$$

where K_m is a proportional constant

- 도체가 자속에서 움직이면, 도체의 양단에 전압이 유도되어 전기적인 마찰처럼 작동하는 이를 역기전력이라 한다. 이 역기전력의 크기는 회전자의 회전속도에 비례한다.

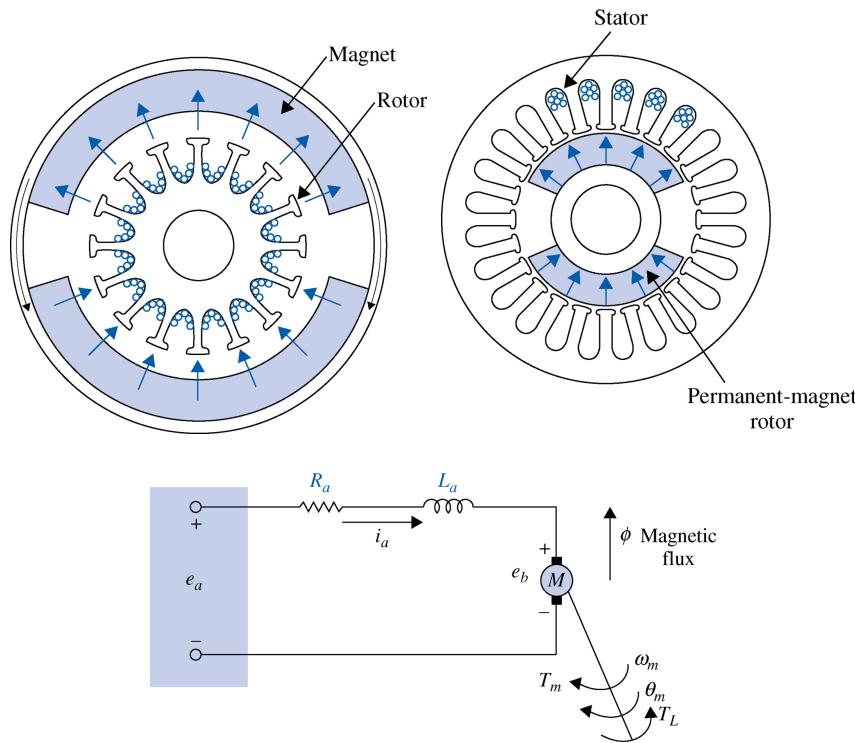
$$e_b = K_m \phi \omega_m$$

b) 영구자석형 dc 모터의 기본 분류 (Basic Classifications of PM DC Motors)

- dc 모터의 자속은 영구자석이나 자계권선에 의해 생성
- dc 모터의 종류
 - i. Iron-Core PM DC Motors
 - ii. Surface-Wound DC Motors
 - iii. Moving-Coil DC Motors
 - iv. Brushless DC Motors

c) 영구자석형 dc 모터의 모델링 (Mathematical Modeling of PM DC Motors)

- 전기자는 인덕턴스에 직렬로 연결되어 있는 저항 및 회전자가 회전할 때 전기자에서 생성되는 역기전력을 나타내는 전압원으로 이루어진 회로로 모델링



- 영구자석에 의한 자속(ϕ)은 일정하므로, 모터에 의해 생성되는 회전력은 다음과 같음.

$$T_m(t) = K_i i_a(t)$$

여기서 $K_i = K_m \phi$ 는 모터 토크상수(torque constant) 이다

- 루프 법칙을 적용하면

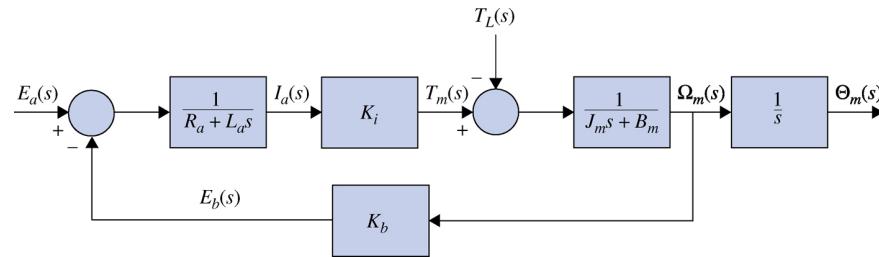
$$e_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_b$$

여기서 역기전력은(back emf)는 $e_b = K_b \omega_m$ 이고, K_b 는 역기전력상수(back emf constant, $K_b = K_m \phi$)이다.

- 회전운동에 대한 오일러 운동법칙 (Euler's rotational equation of motion)

$$J_m \ddot{\theta}_m = -B_m \dot{\theta}_m + T_m - T_L$$

여기서 T_L 은 쿠롱마찰과 같은 외부 부하마찰토크이다.



- 결론적으로 제어입력전압과 모터의 출력 회전변위 사이의 관계 (전달함수)

$$\frac{\Theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_i}{L_a J_m s^3 + (R_a J_m + B_m L_a) s^2 + (K_b K_i + R_a B_m) s}$$

when $T_L(s) = 0$

- 만약에 입력전압 ($e_a(t)$)이 상수이면, 출력은 일정한 속도에 다다른다.
- 역기전력은 전기적인 마찰효과(electric friction)를 가져와서 모터의 안정도(stability)를 향상시키는 데 기여한다.

- d) 모터토크상수와 역기전력상수 사이의 관계 (Relation b/w K_i and K_b)

- 전기적 일률과 기계적 일률 (power)

$$P = e_b(t) i_a(t) \quad \text{and} \quad P = T_m(t) \omega_m(t)$$

전기적인 일률이 모두 기계적 일률로 변환된다면

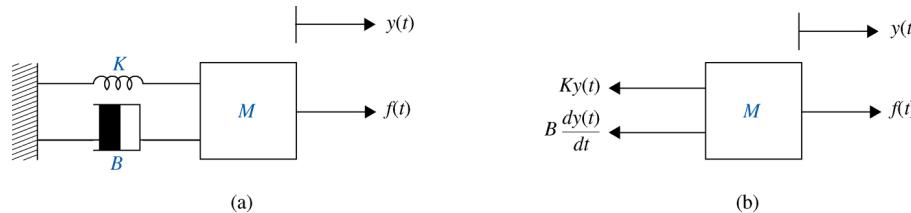
$$P = T_m \omega_m = (K_b \omega_m) \left(\frac{T_m}{K_i} \right) \rightarrow \frac{K_b}{K_i} = 1$$

양 상수는 같다.

$$\therefore K_b = K_i$$

6. 유사성

- a) 질량 및 관성모멘트는 인덕턴스와 유사
- b) 스프링상수는 커페시턴스의 역수와 유사
- c) 점성마찰계수는 저항과 유사
- d) 변위는 전하량과 유사, 속도는 전류와 유사, 힘(토크)는 전압원과 유사 (항상 그런 것은 아님!)



- 뉴우턴 제2법칙 적용

$$M\ddot{y} = f - Ky - B\dot{y} \quad \Rightarrow \quad M\ddot{y} + B\dot{y} + Ky = f$$

- 상사 적용 및 $i = \frac{dq}{dt}$

$$L\ddot{q} = e - \frac{1}{C}q - R\dot{q} \quad \Rightarrow \quad L\frac{di}{dt} = e - \frac{1}{C}\int idt - Ri \quad \Rightarrow \quad L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int idt = e$$