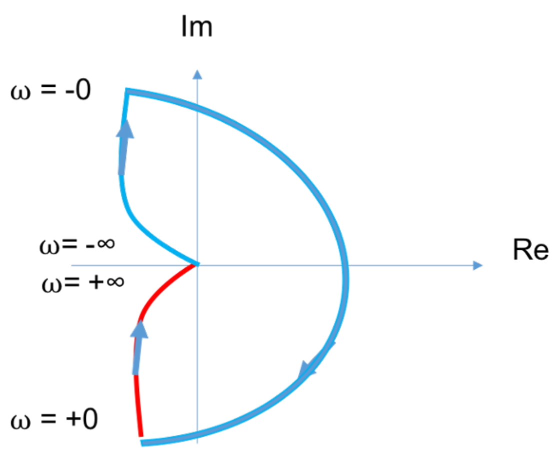
- **Nyquist** 판별 적용 예제 / 루프전달함수 $G(s)$에 극과 영점을 추가할 때 **Nyquist** 선도에 미치는 영향

  (예제1) $KG(s)$가 원점에 극을 1개 포함하는 경우

$$KG(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$$
$$|KG(j\omega)| = \frac{K}{|j\omega||j\omega T+1|} = \frac{K}{|w|\sqrt{\omega^2T^2+1}}$$
$$\angle KG(j\omega) = -90^\circ - \tan^{-1}\omega T$$

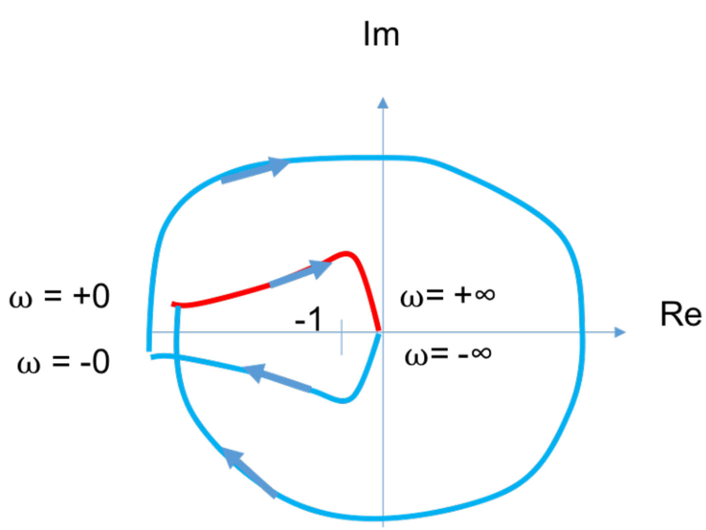
  - $\omega = +0$ 일때, 크기 $= \infty$, 위상각 $= -90^\circ$
  - $\omega = +\infty$ 일때, 크기 $= 0$, 위상각 $= -180^\circ$
  - $\omega = \frac{1}{T}$ 일때, 크기 $= \frac{KT}{\sqrt{2}}$, 위상각 $= -135^\circ$
  - $P = 0$이고 $N = 0$이므로, $Z = 0$으로 안정하다.



(예제2) $KG(s)$가 원점에 극을 2개 포함하는 경우

$$KG(s) = \frac{K}{s^2(Ts+1)}$$
$$|KG(j\omega)| = \frac{K}{w^2\sqrt{\omega^2T^2+1}}$$
$$\angle KG(j\omega) = -180^\circ - \tan^{-1}\omega T$$

- $\omega = +0$ 일때, 크기 $= \infty$, 위상각 $= -180^\circ$
- $\omega = +\infty$ 일때, 크기 $= 0$, 위상각 $= -270^\circ$
- $\omega = \frac{1}{T}$ 일때, 크기 $= \frac{KT^2}{\sqrt{2}}$, 위상각 $= -225^\circ$
- $P = 0$이고 $N = 2$이므로, $Z = 2$으로 오른쪽 반평면에 폐루프 극이 2개 존재하여 불안정하다.



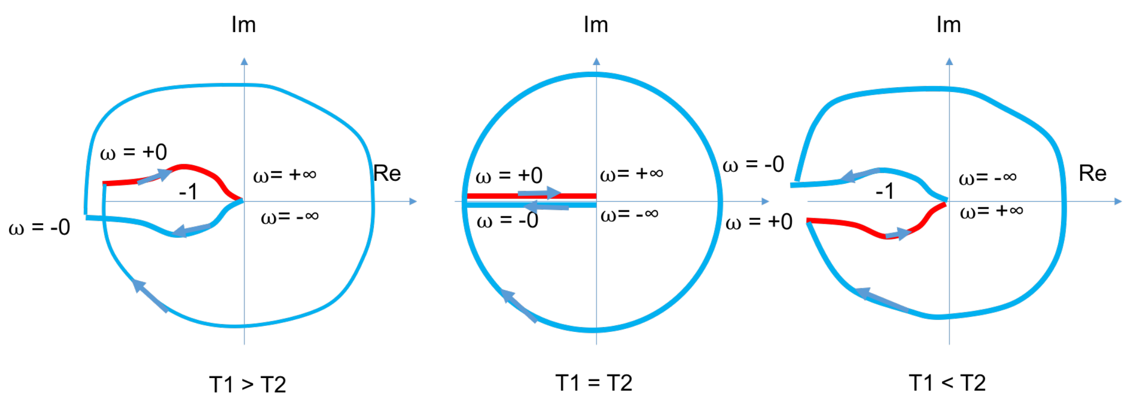
(예제3) $KG(s)$가 원점에 극을 2개 그리고 안정한 영점을 1개 포함하는 경우

$$KG(s) = \frac{K(T_2 s + 1)}{s^2(T_1 s + 1)}$$
$$|KG(j\omega)| = \frac{K\sqrt{\omega^2 T_2^2 + 1}}{w^2\sqrt{\omega^2 T_1^2 + 1}}$$
$$\angle KG(j\omega) = \tan^{-1}\omega T_2 - 180^\circ - \tan^{-1}\omega T_1$$

- if $T_1 > T_2 > 0$, 위상각은 $-270^\circ \sim -180^\circ$ 사이에 존재

  $\omega \to +0 \quad |KG(j\omega)| = \infty \quad \angle KG(j\omega) = -180^\circ \;\mid\; \omega \to +\infty \quad |KG(j\omega)| = 0 \quad \angle KG(j\omega) = -180^\circ$

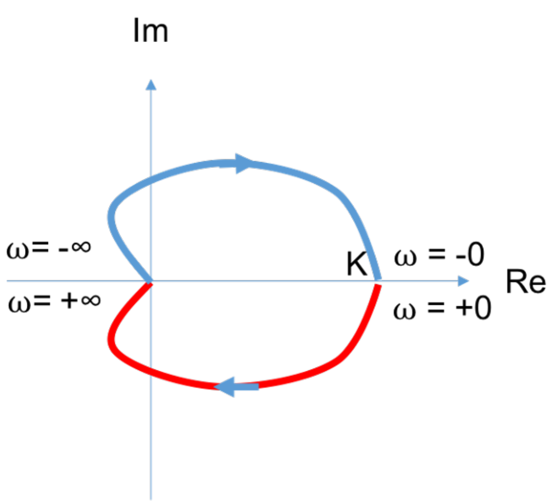
  $N = 2$ and $P = 0$ 이므로 $Z = 2$, 폐루프 시스템은 s평면의 오른쪽 반평면에 2개의 폐루프 극이 있어 불안정하다.
- if $T_1 = T_2 > 0$, 위상각은 -180°으로 일정. 이는 폐루프 극이 $j\omega$축 상에 존재함을 의미 (marginally stable or unstable)
- if $T_2 > T_1 > 0$, 위상각은 $-180^\circ \sim -90^\circ$ 사이에 존재. $N = 0$ and $P = 0$ 이므로 $Z = 0$, 폐루프 시스템은 안정하다.



(예제4) $KG(s)$가 인수분해 되는 경우

$$KG(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$
$$|KG(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{\omega^2 T_1^2 + 1}\sqrt{\omega^2 T_2^2 + 1}}$$
$$\angle KG(j\omega) = -\tan^{-1}\omega T_1 - \tan^{-1}\omega T_2$$

- $\omega = +0$ 일때, 크기 $= K$, 위상각 $= 0°$
- $\omega = +\infty$ 일때, 크기 $= 0$, 위상각 $= -180°$
- $P = 0$이고 $N = 0$이므로, $Z = 0$으로 안정하다.



(예제5) $KG(s)$가 인수분해 되면서 원점에 극을 1개 포함하는 경우

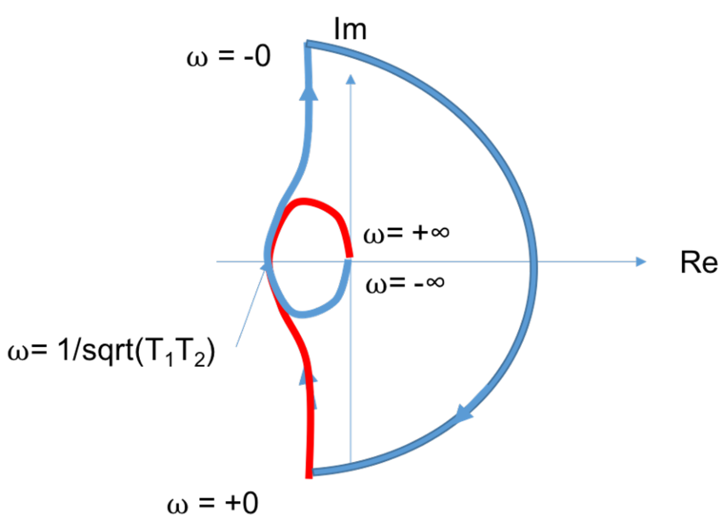
$$KG(s) = \frac{K}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$|KG(j\omega)| = \frac{K}{|\omega|\sqrt{\omega^2 T_1^2 + 1}\sqrt{\omega^2 T_2^2 + 1}}$$

$$\angle KG(j\omega) = -90^\circ - \tan^{-1}\omega T_1 - \tan^{-1}\omega T_2$$

- $\omega = +0$ 일때, 크기 $= \infty$, 위상각 $= -90^\circ$
- $\omega = +\infty$ 일때, 크기 $= 0$, 위상각 $= -270^\circ$
- $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$ 일때, 크기 $= \frac{K\sqrt{T_1 T_2}}{\sqrt{T_1/T_2 + 1}\sqrt{T_2/T_1 + 1}}$, 위상각 $= -180^\circ$

$$\tan^{-1}\omega T_1 + \tan^{-1}\omega T_2 = 90^\circ \qquad \frac{\omega T_1 + \omega T_2}{1 - \omega T_1 \omega T_2} = \infty \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$$

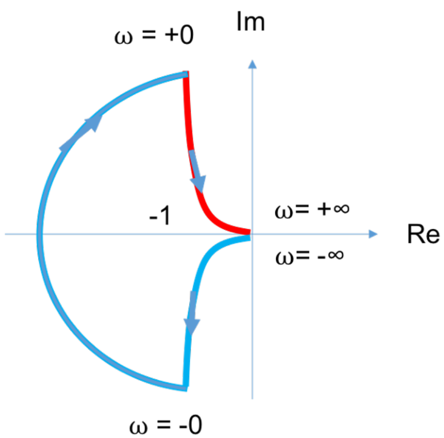


- if $\frac{K\sqrt{T_1T_2}}{\sqrt{T_1/T_2+1}\sqrt{T_2/T_1+1}} < 1,\ P = 0$이고 $N = 0$이므로, $Z = 0$으로 안정하다.
- if $\frac{K\sqrt{T_1T_2}}{\sqrt{T_1/T_2+1}\sqrt{T_2/T_1+1}} = 1,$ 이는 폐루프 극이 $j\omega$축 상에 존재함을 의미 (marginally stable or unstable)
- if $\frac{K\sqrt{T_1T_2}}{\sqrt{T_1/T_2+1}\sqrt{T_2/T_1+1}} > 1,\ P = 0$이고 $N = 2$이므로, $Z = 2$으로 오른쪽 반평면에 폐루프 시스템의 극이 2개 존재하여 불안정하다.

(예제6) $KG(s)$가 극을 원점 및 불안정한 영역에 1개씩 가지는 경우

$$KG(s) = \frac{K}{s(Ts-1)}$$
$$|KG(j\omega)| = \frac{K}{|\omega|\sqrt{\omega^2T^2+1}}$$
$$\angle KG(j\omega) = -90^\circ - (180^\circ - \tan^{-1}\omega T)$$

- $\omega = +0$ 일때, 크기 $= \infty$, 위상각 $= -270^\circ$
- $\omega = +\infty$ 일때, 크기 $= 0$, 위상각 $= -180^\circ$
- $\omega = +\frac{1}{T}$ 일때, 크기 $= \frac{KT}{2}$, 위상각 $= -225^\circ$
- As $s : +0 \rightarrow -0$ with a radius ϵ: $\frac{K}{s(Ts-1)} \approx \frac{K}{-\epsilon} = -\infty$는 음의 무한대 반원으로 맵핑된다.
- $P = 1$, $N = 1$이므로, $Z = P + N = 2$가 되어 오른쪽 반평면에 폐루프 시스템의 극이 2개 존재하여 불안정하다.



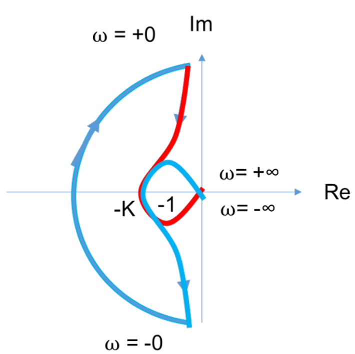
(예제7) $KG(s)$가 원점 및 불안정한 영역에 1개씩 극을 가지면 안정한 영역에 영점을 1개 가지는 경우

$$KG(s) = \frac{K(s+3)}{s(s-1)}$$
$$|KG(j\omega)| = \frac{K\sqrt{\omega^2+9}}{|\omega|\sqrt{\omega^2+1}}$$
$$\angle KG(j\omega) = \tan^{-1}\frac{\omega}{3} - 90^\circ - (180^\circ - \tan^{-1}\omega)$$

- $\omega = +0$ 일때, 크기 $= \infty$, 위상각 $= -270^\circ$
- $\omega = +1$ 일때, 크기 $= \sqrt{5}K$, 위상각 $= -206.5^\circ$
- $\omega = +\sqrt{3}$ 일때, 크기 $= K$, 위상각 $= -180^\circ$

$$\tan^{-1}\frac{\omega}{3} + \tan^{-1}\omega = 90^\circ \qquad \frac{\frac{\omega}{3}+\omega}{1-\frac{\omega}{3}\omega} = \infty \qquad \omega = \sqrt{3}$$

- $\omega = +3$ 일때, 크기 $= \frac{K}{\sqrt{5}}$, 위상각 $= -153.4^\circ$
- $\omega = +\infty$ 일때, 크기 $= 0$, 위상각 $= -90^\circ$
- As $s : +0 \to -0$ with a radius ϵ: $\frac{K(s+3)}{s(s-1)} \approx \frac{3K}{-\epsilon} = -\infty$는 음의 무한대 반원으로 맵핑된다.



- if $K > 1$, then $P = 1$, $N = -1$이므로, $Z = P + N = 0$가 되어 안정하다.
- if $0 < K < 1$, then $P = 1$, $N = 1$이므로, $Z = P + N = 2$가 되어 불안정하다.

(Example 6.8)

(Example 6.9)

(Example 6.10)

(Example 6.11) using RL, Bode, and Nyquist